ZENONIS ELEATICI
ARGUMENTA

THESIM

FACULTATI LITTERARUM PARISIENSI

PROPONEBAT

CHARLES DUNAN

IN COLLEGIO DICTO STANISLAS PHILOSOPHIAM DOCENS

NANNETIBUS

EX TYPIS VINCENT FOREST ET EMILE GRIMAUD

1884

ZENONIS ELEATICI ARGUMENTA

ZENONIS ELEATICI
ARGUMENTA

THESIM

FACULTATI LITTERARUM PARISIENSI

PROPONEBAT

CHARLES DUNAN

IN COLLEGIO DICTO STANISLAS PHILOSOPHIAM DOCENS

NANNETIBUS

EX TYPIS VINCENT FOREST ET EMILE GRIMAUD

1884

ZENONIS ELEATICI ARGUMENTA

I

Stadium.

Quæ Zeno Eleaticus protulit argumenta ut motum non esse probaret, ab Aristotele nobis tradita [1], quatuor numero sunt : ex his autem quartum ab initio expediemus, quippe quod ceteris pondere longe cedat, nec unquam acerrimis disputationibus propter manifestam inanitatem locum dederit.

Ea præsertim magna est in hoc argumento difficultas, ut accommodate ad veritatem et satis lucide tamen exponatur : quod sic Aristoteles refert :

« Quartum Zenonis argumentum deductum est ex æqualibus inter se molibus quæ, in spatio certo aut stadio, æquali celeritate ex contrario moveantur ; ita tamen ut præter alias moles

1. *Physic.*, lib. VI, cap. XIV.

etiam æquales transeant, tum ex medio stadii, tum ex fine concurrentes : unde concludendum censet dimidium tempus duplo æquale esse[1]. »

Lucem in hoc textu desiderari, nec ab ipso Aristotele in explicatibus qui ei succedunt rem fuisse satis explanatam, facile confitebimur. Sed commode evenit ut in Simpliciano commentario multo magis perspicue quam apud Aristotelem sententiæ iniquitas sublevetur : quapropter satis erit si modo Simplicium sequemur.

Hoc igitur Zeno significat. Sint duæ moles B et C amplitudine pares, quæ altera alteri pari celeritate obviam eant, in ipso autem tempore sui occursus præter unam aliam molem A, ipsis parem sed immotam, transire debeant : satis patet moles B et C altera alteram prætერituras dimidio temporis quo utracumque molem A pertransibit.- Tum vero nec minus liquet, — Zenonis saltem sententia, — tempus transeundæ molis cujuslibet certa celeritate, ad ejusdem molis amplitudinem esse demensum, ita ut moles C, — qua exempli gratia uti licebit, — eodem temporis intervallo moles A et B propter

1. « Τέταρτος δ'ὁ περὶ τῶν ἐν τῷ σταδίῳ κινουμένων ἐξ ἐναντίας ἴσων ὄγκων παρ' ἴσους, τῶν μὲν ἀπὸ τέλους τοῦ σταδίου, τῶν δ'ἀπὸ τοῦ μέσου, ἴσῳ τάχει, ἐν ᾧ συμβαίνειν οἴεται ἴσον εἶναι χρόνον τῷ διπλασίῳ τὸν ἥμισυν. » (Loc. cit.)

earum æqualitatem pertransire debeat : unde concludit Zeno tempus quo C pertranseat A, et tempus quo eadem pertranseat B, quanquam inter se paria, alterum altero tamen duplum esse.

Facile intelligitur rationis fallaciam in eo positam esse quod Zeno absurdum hoc sibi concedi postulet, tempus quo certa celeritate certæ amplitudinis molem pertransire debeas, idem esse, moles ea moveatur, necne.

Istius modi argumentum joco simillimum est, nec lucidum videtur utrum auctor serio disserat, an conscius tentet nos, ut Græci solebant, in laqueos absurdi sed arguti sophismatis quo laboremus, implicare. Ds. Zeller eum bona fide loqui existimat, et inanitatem principii quo stabat « sane fugisse philosophum qui motus leges in summum primus ita investigaverit, præsertim quum iste persuasum ante habuerit, ut Zeno, absurdi quidquam in investigando esse detegendum[1].

Quidquid id est, inane esse argumentum satis patere censemus.

1. *Græcorum Philosophia.* Trad. Em. Boutroux. Tom. II, pag. 82.

II

Sagitta.

Hoc expedito, tria reliqua nobis præsertim spectanda, ut eumdem ordinem quo usus est Aristoteles sequamur, ea sunt :

1° Fieri non posse ut spatium quantulumcumque peragatur, quoniam necesse sit id quod fertur prius pervenire ad dimidium quam ad finem : quæ ratio vocata est *Dichotomia.*

2° Ea cui nomen *Achilles.*

3° Ea cui nomen *Sagitta quæ fertur.*

Quæ nos singula explorabimus in adversum ordinis quem secutus est Aristoteles.

Sagitta quæ fertur græce sic exponitur :

Εἰ ἀεί ἠρεμεῖ πᾶν ἤ κινεῖται, ὅταν ᾖ κατὰ τὸ ἴσον, ἔστι δ'ἀεὶ τὸ φερόμενον ἐν τῷ νῦν, ἀκὶνητον τὴν φερομένην εἶναι ὀϊστόν.

Ds. Renouvier censet omittenda esse duo verba ἤ κινεῖται quæ in textum introducta ab aliquo inepto et incauto scriba existimat ; quibus omissis, sic vertit :

« Si semper omnis res quiescit quando est in

spatio sibi æquali, semper autem quod movetur in singulis momentis spatium sibi æquale tenet, sagittam quæ fertur esse immotam[1]. »

Non omnino libenter nos verba ἤ κινεῖται omitti sinemus, prout statuit D[s]. Renouvier. Simplicius quippe, dum ea ipsa observat, argumentum sic interpretatur, non ita, judicio nostro, inaniter :

« Zenonis ratio quodcumque sit in spatio sibi æquali moveri aut stare, nullum autem esse motum in quovis temporis momento, prætereaque quod fertur spatium sibi æquale in momento quovis occupare, sic habita fuisse videtur : sagitta quæ fertur spatium sibi æquale in omni temporis momento occupat, itemque in continuo tempore. Quod vero in omni temporis momento spatium sibi æquale occupat non movetur, et ideo stat ; quia tum nullus est motus in indivisibili temporis momento, rursus autem stat quodcunque non movetur, quoniam stare aut moveri quidpiam necesse est. Sagitta ergo quæ fertur, toto tempore quo fertur, immota stat[2]. »

1. *Essai de critique générale. Logique.* Tom. 1, p. 70.

2. Ὁ δὲ Ζήνωνος λόγος προλαβών ὅτι πᾶν ὅταν ᾖ κατὰ τὸ ἴσον ἑαυτῷ ἤ κινεῖται ἤ ἠρεμεῖ, καὶ ὅτι οὐδεν ἐν τῷ νῦν κινεῖται, και ὅτι τὸ φερόμενον ἀεὶ ἐν τῷ ἴσῳ αὐτῷ ἔστι καθ᾽ἕκαστον νῦν, ἐῴκει συλλογίζεσθαι οὕτως· τό φερόμενον βέλος ἐν πάντὶ νῦν κατὰ τὸ ἴσον

Fatemur quidem, prout judicat D[s]. Zeller, argumentum hoc nimis implicatum videri, nec satis recte ad rem probandam tendere, minime vero infirmum esse declarabimus. Quod ut enucleatius faciamus, ad formam prosyllogismi redigemus ita :

Quod spatium sibi æquale occupat moveri aut stare necesse est. Porro quod fertur spatium sibi æquale in omni temporis momento occupat ; necesse est ergo quod fertur, in omni temporis momento, moveri aut stare. Quum vero in indivisibili temporis momento motus fieri non possit, in quovis momento temporis quo fertur, et inde in continuo tempore, quod fertur stare necesse est.

Hæc nostra interpretandi ratio, Simpliciano commentario innixa, eo præsertim differt ab interpretatione D[i] Renouvier, quod secundum doctissimi auctoris sententiam, nervus probandi apud Zenonem sit, corpus quodvis intra æquale sibi spatium extare ; quum contra, nostra sententia, ex eo maxime pendeat argumentum, quod in indivisibili temporis momento

ἑαυτῷ ἐστιν, ὥστε καὶ ἐν παντὶ τῷ χρόνῳ· τὸ δὲ ἐν τῷ νῦν κατὰ τὸ ἴσον ἑαυτῷ ὂν οὐ κινεῖται, ἠρεμεῖ ἄρα, ἐπειδὴ μηδὲν ἐν τῷ νῦν κινεῖται, τὸ δὲ μή κινούμενον ἠρεμεῖ, ἐπειδὴ πᾶν ἢ κινεῖται ἢ ἠρεμεῖ· τὸ ἄρα φερόμενον βέλος ἕως φέρεται ἠρεμεῖ κατὰ πάντα τὸν τῆς φορᾶς χρόνον. (Simplicius 236 b.)

motus esse non possit. Ambo hæc proposita certa pariter et inconcussa apparent ; qui vero priore utitur, concludere rationem suam non potest, quin antea probaverit aut probatum acceperit, quidquid sibi æquale spatium occupet, stare.

Dicitur rem esse manifestam : nos in ea totam causæ rationem consistere respondemus. Affirmat Ds. Renouvier, « in eo ut spatium sibi æquale corpus occupet, totam constare stationis rationem. » Nos autem contra contendemus in eo constare stationis rationem, ut corpus quod objicitur eodem intervallo distans a plurimis spatii punctis immotis permaneat. Si quis pro certo acceperit quidquid sibi æquale spatium occupet stare, is pro manifesto quoque sumere poterit corpora singula in spatiis sibi æqualibus indesinenter contineri, unde sine contentione concludet motum non esse, non autem sine patenti principii petitione concludet. Quicumque enim re vera et objective motum esse disputant, corpora quælibet in spatiis sibi æqualibus contineri profecto concedent, spatium vero sibi æquale occupare idem esse ac stare, semper et equidem jure negabunt.

Ds Zeller, quum verba « ἤ κινεῖται » omittenda et ipse censeat, Aristotelis vero textum aliter ac Ds. Renouvier interpretetur, in petiti prin-

cipii crimen non cadit ; quippe qui « εἶναι κατὰ τὸ ἴσον » vertat in « idem spatium occupare quod antea, seu locum non mutare. » His positis, D^s. Zeller sic argumentatur : quod locum in spatio non mutat, non movetur ; porro sagitta quæ fertur locum in spatio non mutat per singula momenta temporis quo fertur ; ergo... etc. Quæ ratio a Simpliciana interpretatione nobis probata nequaquam differt, quum apud D^m. Zeller, perinde ac apud Simplicium, nervus probandi sit motum in indivisibili temporis momento fieri non posse.

Zelleriana ratione atque Simpliciana pariter sic acceptis, in eo demum stat tota quæstio, ut Aristotelico textui utra sit magis consentanea decernatur. Doctissimus auctor *Philosophiæ Græcorum* se « εἶναι κατὰ τὸ ἴσον » omnino congruenter cum Simplicio Themistioque interpretari declarat. Quem errare quod attinet ad Simplicium probavisse censemus. Tum vero Themistius hujusce modi commentariis Aristotelis verba auget : « Etenim, quum stet, inquit, [Zeno] quodcumque spatium sibi æquale occupet, spatium vero sibi æquale quod fertur semper occupet, sagittam quæ fertur immotam esse necesse est [1]. » Et idem paulo post

1. Εἰ γὰρ ἠρεμεῖ, φησιν, ἅπαντα ὅταν ᾖ κατὰ τὸ ἴσον αὐτῷ

ea ipsa addit : « Semper enim id quod fertur in singulis momentis æquale sibi spatium occupat [1]. »

Themistium ergo aliter ac Dm. Zeller « εἶναι κατὰ τὸ ἴσον » interpretari liquet. Ceterum confiteri debemus nostram cum eruditissimo auctore disputationem non ita gravis momenti esse, quum in minoribus sententiæ punctis tantum differamus, de re ipsa autem et de vera argumenti interpretatione congruamus. Nostra contra cum Do. Renouvier dissensio gravior apparet ; quum, ut antea edocuimus, argumenti fundamentum aliter ac ille nos ponamus. Sed propriam sententiam retinere nobis licebit, quia :

1° Zeno in manifestissimum petiti principii crimen incidisset, si sibi concedendum arbitratus esset « corpus quodlibet, dummodo sibi æquale spatium occupet, stare. »

2° Ds. Renouvier Aristoteli contradicit, cunctisque priscis commentatoribus, qui omnes una consentiunt Zenonis rationem eo inniti quod tempus individuis momentis consistere habeatur [2].

διάστημα, ἔστι δὲ ἀεὶ τὸ φερόμενον κατὰ τὸ ἴσον ἑαυτῷ διάστημα, ἀκίνητον ἀνάγκη τὴν ὀϊστὸν εἶναι τὴν φερομένην. (Themistius, p. 55 b.)

1. Ἀεὶ μὲν γὰρ ἕκαστον τῶν κινουμένων ἐν τῷ νῦν τὸ ισον ἑαυτῷ κατέχει διάστημα. (Themistius, p. 56 *a* 394.)

2. Ceterum nostra cum Do. Renouvier contentio perennis

Quapropter Aristotelicum textum integrum censemus conservandum, et sic vertendum ut fecimus : sagitta scilicet quæ fertur, occupat semper unum temporis momentum [ἀεὶ ἐν τῷ νῦν] ; at eadem in uno temporis momento non movetur ; omnino immota est ergo, quum ordo et series immoti cujusquam in motum verti non possit.

Hoc autem animadverti decet, Zenonicam rationem rectam non esse, nisi varii situs immotæ sagittæ, ideoque varia momenta temporis quo sagitta fertur inter se omnino contineant ; propterea quod, si quovis intervallo ea distarent, motus fortasse fieri posset in consequentium momentorum intervallis, a sitibus singulis sagittæ ad consequentes situs. Unde deducendum videtur Zenonem singula temporis momenta connexa inter se ac cohærentia decrevisse. Finitane numero an infinita in certo temporis spatio decrevit ? Quanquam Zeno causam agitasse non videtur, infinita tamen illa ab eo potius assumi debebant. Quum enim singula temporis momenta amplitudine omnino nulla sint, una manebat via levandi in speciem id

fore minime videtur, quum ipse in commentariis, contra sententiam in exponendo argumento a se expressam, adjiciat Zenonem in « *Sagitta* » tempus habere momentis individuis compositum, et ea ipsa reargumentum fulcire.

quod absurdum est in componenda ex nihilo re aliqua solida, scilicet ea nulla in infinitum assumere. Statuere ergo possumus Zenonem in *Sagitta*, tempus ut infinitis momentis compositum tractare; dum contra in *Achille*, eadem numero finita in tempore certo, ut infra ostendemus, tacite declarat.

Id est argumentum, de quo reliquum est ut judicium feramus. Jam dudum vero judicium latum est ab Aristotele, qui objicit « eo constare argumentum quod tempus ex momentis compositum habeatur, nam, hoc non concesso, syllogismum non esse. » Hoc autem, eodem auctore, concedi non potest, « quoniam tempus non componitur ex individuis, scilicet momentis, quemadmodum nec ulla alia magnitudo [1]. »

1. *Physic.*, lib. VI, cap. XIV.

III

Achilles.

Nunc ad *Achillem* veniamus.

Ea est argumenti ratio ex Aristotele decerpta: « Tardius nunquam a velocissimo currens comprehendetur; nam prius necesse est ut id quod persequitur eo perveniat unde id quod fugit discessit. Quapropter necesse est ut semper quod est tardius aliquantum præcedat [1]. »

Si modo quis cogitando exsequetur singula judicia adversus hoc argumentum ab Aristotele, a Cartesio, a Leibnitio, a Stuart-Mill, a Dº Tannery expressa, facile cognoscet hoc tantum in tam multis judiciis objici : Zenonem, quum indefinita spatii divisibilitate in rationem suam utatur, indefinitam et simillimam temporis divisibilitatem omittere. Tunc contra quodcumque

1. « Τὸ βραδύτερον οὐδέποτε καταληφθήσεται θέον ὑπὸ τοῦ ταχίστου · ἔμπροσθεν γὰρ ἀναγκαῖον ἐλθεῖν τὸ διῶκον, ὅθεν ὥρμησε τὸ φεῦγον· ὥστ᾽ἀεί τι προέχειν ἀναγκαῖον τὸ βραδύτερον. » (*Physic.*, id.)

dixerunt secundum causam ejus, omnes eleatici philosophi defensores, Hamilto scilicet et Grotius, cum DD[is]. Renouvier et Evellin, in hoc continetur quod : de tempore et de spatio segregatim quæstio sit ; ea singula rationi repugnent ; minime autem levetur in re qualibet istius modi repugnantia, quam aliqua alia re pariter repugnante levare tentaveris.

Qua in disputatione de *Achille*, jus et veritatem in partibus adversantium fatemur nobis videri. Et ideo argumentum nostro nomine repetemus, et unde oriatur vitium patefacere conabimur.

Ex quavis parte *Achillem* exploremus, duæ tantum apparent rationes quibus eum interpretari liceat. In *Sagitta* quam modo tractavimus, negaverat Zeno motum in singulis elementis temporis, sive in individuis momentis fieri posse, in eoque proposito totum argumentum suum, ut docuimus, fundaverat. In *Achille* autem concedit in uno individuo momento temporis posse transferri, nec quidquam aliud probare in animo habet, nisi, hoc admisso, — admitti quippe, ut motus sit, ejus sententia necesse est, — motum ex ratione deductum alium esse quam in sensuum exhibitione præbetur ; ita ut, si Achilles testudinem insequeretur, nunquam consequi valeret. At saltem, si recte *Achillem* interpre-

tamur, minime licebit momenta in tempore finito infinita sumi; quia, si ea infinita sumerentur, spatia in singulis momentis transacta in infinitum repetita, spatii transacti summam infinitam in tempore finito efficerent. Quapropter, tempus in *Achille* finitis numero momentis compositum haberi satis patet; non quia sane, Zenoni unquam, istius modi sententia de tempore admittenda esse visa est, sed quia nulla alia ratio ei apparere potuit qua, quispiam admittens motum vel hypothetice, scilicet admissum repugnare demonstrandi causa, motum esse jure statueret. Animadvertemus præterea *Achillem* sic acceptum arcta propinquitate conjungi cum *Stadio*, postremo quatuor argumentorum ab Aristotele traditorum, cum ambo unum et idem probare tendant, motum scilicet, qualis in sensibus detur, rationi minime congruere.

Ea sunt ergo, nisi fallimur, vera fundamenta quibus stet Zenonis *Achilles* : quem prorsus falsum esse nunc contendemus. Patet quippe, quum intervallum intra Achillem testudinemque, ex judicio Zenonis, in magis imminuatur per succedentia temporis momenta, momentum fore, iis currentibus, quo istud intervallum minus efficiendum sit certa et constanti amplitudine Achillei saltus, scilicet momentanei, ita

ut eo ipso momento testudinem comprehendi necesse sit.

Sed una alia est, ut diximus, statuendi argumenti ratio, a D°. Renouvier præsertim accepta. Doctissimus auctor censet, perinde ac nos, *Achillem* et *Sagittam* sibi invicem complementum ferre, eorum autem discrimen in alio puncto ac fecimus ponit, quum discontinuum in *Sagitta,* continuum vero in *Achille* tempus sumat, nos autem infinitis numero in *Sagitta*, sed finitis in *Achille* momentis compositum tempus haberi a Zenone arbitremur. Nunc omittamus quidquid contra interpretandi *Achillis* rationem a D°. Renouvier propositam objici possit, eo magis quod ad rem redeundi nobis occasio futura sit, et ad ipsum argumentum sic detortum, ostendendi gratia nihil in eo veri inesse, veniamus.

Quam ut causam probemus, minime confugiemus, ut plerique auctores qui Zenoni adversati sunt, ad tempus et spatium pariter in infinitum divisibilia, quum nemo, nostra quidem sententia, lucidi quidquam ex hoc proposito unquam detraxerit, nec ipsi quid ex eo commode detrahi possit perspicue videamus. Hoc unum satis erit dictum, quod vel infantis animo obvium sit, Achillem velocius euntem testudine, posse post certum tempus propter celeritatem

certum intervallum superare, dum ea in eodem tempore multo minus intervallum propter tarditatem emensa erit, ita ut ab illo in currendo çomprehendi debuerit.

Num vero nulla exstat interpretandi *Achillis* ratio, præter has duas a nobis expositas, ex quibus argumentum falsum esse demonstratum est? Nulla omnino. Quod enim attinet ad tempus, tres tantum hypotheses proponi possunt: 1° tempus momentis in infinitum constare; quod si sumatur, motus esse non potest ex conclusione *Sagittæ*, ita ut locus non sit Achillis nec testudinis cursui ; 2° tempus finitis numero momentis constare ; 3° tempus continuum esse, hoc est minime momentis constare ; ita ut, ex utraque hac parte, motus esse possit, et locus Achilli testudinis insequendæ detur, sed falsum sit, ut docuimus, argumentum. Nulla alia ergo a nobis omissa ad interpretandum *Achillem* manet via, unde licet hunc prorsus confutatum concludere.

Quas vero rationes fautores *Achillis* secundum causam ejus expediunt? Nos eas jam exposuimus, scilicet exhauriri non posse numerum infinitum et re vera datum aut temporis aut spatii partium. D^s. Renouvier recte conclusum *Achillem* declarat, quia, « quum eadem sit ratio continui cujusquam quæ additarum sine

fine aut detractarum ex inexhausto quovis partium, absurdum est accipere indefinito terminum esse, inexhaustum exhauriri, innumerum numerari, impercursum percurri, omnia hæc enim unum sunt[1]. » Idem, paulo post, Leibnitio objicienti : « *Nihil opus esse ut spatii singulæ partes exhauriantur, spatium enim sine fine divisum in tempore sine fine diviso agi* » ; respondet : « Spatii singulas partes exhauriri, at saltem sine intellectus offensione, ex eo necesse est, quod, ut Leibnitius ipse fatetur, eæ re vera, scilicet in solido spatio, exhauriantur. Adjice hoc, si spatium quodvis agatur, licet ex hypothesi agi non possit, miraculum rei nequaquam eo imminui, quod simul agatur tempus pariter continuum, hoc est, alius numeretur numerus qui numerari non possit[2]. » Postea etiam D^s^. Renouvier refellens Stuart Mill hæc addit : « Tempus spatiumque in argumento (Zenonis) hunc ipsum locum occupant, quem occuparet continuum quodvis ; nec Zeno quidquam aliud demonstrare tendit, nisi quam repugnet partes vel numero infinitas exhauriri nihilominus posse. » Rursus autem D^s^. Evellin, dum urgetur a D°. Tannery probante, testudinem

1. *Logique,* p. 72.
2. *Logique,* p. 76.

continue properantem, ab Achille comprehensam iri postquam intervalli quo ab eo distet certam partem post punctum unde discessit perlustraverit, Dm. Tannery quidem recte argumentari concedit, sed reclamat quod testudo continue properare admittatur, eamque contendit, « spatium percurrere non valere in quo divisiones in infinitum fieri possint[1]. » Hac ratione, DD[1]. Renouvier et Evellin testudinem in æternum staturam esse lucide demonstrant. Nec contradicimus : sed eane est summa *Achillis* qui utramque personam moveri expresse continet ?

Contendit etiam Ds. Evellin *Achillis* detractores verum ejus sensum minime percipere, qui : « Nos quærimus, ait, *quomodo* ; » — scilicet congressus fiet — « hi autem respondent quasi quærentibus *quando*[2]. » At contra, vera de re quæstio esse videtur, non *quomodo*, sed *quando*. Quod attinet ad modum, nemini dubium esse potest quis sit. Cursores *currendo* concurrere satis patet.

Tum vero Ds. Evellin : « Zeno, ait, in *Achille*, motum esse non concedit[3]. » Qui fit ergo, ut Zeno motum non concedens Achillem cum tes-

1. *Revue philosophique*. Mai 1881, p. 567.
2. *Infini et quantité*, p. 71.
3 *Revue philosophique*, mai 1881, p. 567.

tudine fingat currere? Philosophus iste, in aliis locis, dum aliis argumentis uteretur, probare tentaverit motum non esse, atque etiam rationi repugnare, non negabimus; in *Achille* autem moveri concedit: sin minus, inane est argumentum, quum ex hac interpretatione, minime testudinem ab Achille non tactam iri, sed ambo in æternum immotos permansuros esse, probare deceat.

Qui dicit: « Achilles testudinem non consequetur, » Achillem certe moveri in mente habet, aut verbis sine intellectu utitur. Qua igitur de causa *Achillis* defensores in eo moveri negant? Quia eum scilicet tertio Zenonis argumento, nomine *Dichotomiæ,* ex quo motus re vera nullus sit, et cursores immoti in æternum stare debeant, plane æquare volunt, ut ambo hæc unum sint [1].

Hoc ergo tertium exponamus, expositumque perspiciamus an cum *Achille* sit unum et idem, ut doctissimi auctores declarant.

1. Ceterum nihil in ea re suspicamur, aut fingimus. DDi Renouvier et Evellin, permultique cum eis philosophi, ut infra demonstrabimus, censent et expresse affirmant *Achillem* atque *Dichotomiam* unum esse, et specie tantum inter se differre.

IV

Achilles et Dichotomia comparantur.

Ea est argumenti forma ex Aristotele decerpta : « Moveri non posse, quoniam oportet id quod fertur prius pervenire ad dimidium quam ad finem [1]. » Quod ut absolvatur, addi necesse est id quod fertur non ad dimidium pervenire posse quin prius dimidii dimidium transgressus sit, etc.

D^s. Renouvier rem aliter ac nos, sic autem interpretatur : « Continuam lineam percurrenti, necesse est dimidium ante totum percurrere : dimidia autem parte superata, dimidia residui ante integrum residuum perlustranda erit, et iterum sine fine [2]. » Qua ex ratione, liquet *Dichotomiam* minime eo tendere ut probet motum non esse, sed ut demonstret Achillem nunquam eo perventurum unde testudo orsa sit,

1. « Μὴ κινεῖσθαι διὰ τὸ πρότερον εἰς τὸ ἥμισυ δεῖν ἀφικέσθαι τὸ φερόμενον ἢ πρὸς τὸ τέλος. (*Physic.*, lib. VI, cap. XIV.)
2. *Logique,* tom. I, p. 72.

quum is prius intervalli dimidium, posteaque residui dimidium lustrare debeat; hoc autem sine fine, propter infinitas spatii divisiones. Non ita extensum sane et explicatum Aristotelis textum esse fatebimur, sed quantumvis brevis ille sit, secundum sententiam D^i^. Renouvier intelligi non potest, cui bina hæc objiciemus:

1° Dicere non licet, ei quod fertur totius intervalli dimidiam partem prius transgrediendam esse, hac autem superata, dimidiam residui iterum transgrediendam, etc. ; nos enim contra jure opponemus, alteram dimidiam partem inchoari non posse, quin dimidia dimidiæ prioris, sive quarta pars totius intervalli antea lustrata sit ; hanc autem eadem ratione perlustrari non posse, quin antea octava sit percursata, nec difficultati finem esse ; ita ut necessario revertendum sit ad nostrum interpretandi argumenti modum, ex quo id quod fertur nequaquam moveri declaratum sit.

2° Intervallum quo ante cursum distat Achilles a testudine extenuatum ad libitum sumi potest, et quantulumcumque velis, seu longitudine certa minus, nec tamen unquam, ex doctissimi auctoris ratione, totum percurretur et currendo absolvetur ; ex quo concludere possumus Achillem omnino immotum esse hæsurum.

Propterea, constitutum censemus D^m^. Renou-

vier in interpretanda *Dichotomia* errasse, ejusque rationem, etiamsi quis accipiendam arbitretur, reduci facile ad priorem hanc a nobis propositam, ex qua argumenti summa sit nihil moveri, motum nullo pacto fieri posse.

Concessumne assumemus *Dichotomia* probari motum omnino non esse? Equidem non recusandam nobis hanc licentiam existimamus. Nostri quippe adversarii a sententia nostra minime discedunt, quum ipsi nihil aliud a Zenone demonstrari, nisi, quod re vera est, motum sine rationis offensione verum haberi non posse, iterum atque iterum affirmaverint; quod ex multis textibus supra jam relatis satis explanatum sane videbitur. Hoc autem ab omnibus concesso, mirari licebit quod *Dichotomia* cujus summa sit motum non esse, nequaquam differre ab *Achille* qui motum esse expresse sumat, declarata sit.

Num in *Achille* motum sumi negabitur? Sed sumi a Zenone satis patet, iterumque in ea causa cum *Achillis* defensoribus omnino convenimus. D^s. Renouvier, ex sua interpretandæ *Dichotomiæ* ratione, lucide significat id quod fertur, quamvis ad certum punctum pervenire non possit, eo nihilominus tendere ; ita ut, non *Achillem* ad *Dichotomiam*, sed *Dichotomiam* ad *Achillem* redigere videatur : nec non tamen

idem motum nequaquam fieri posse censet et affirmat. Ex permultis locis quibus in *Achille* motum sumi D[s]. Renouvier expresse asserit, satis erit si modo commemorabimus ipsius argumenti textum, a doctissimo auctore veritati congruenter versum [1], præsertim quum hujusmodi commentarium ipse præbeat : « Quantulumcunque, inquit, prægressus sit secundum abstractam quamdam lineam qui exagitatur, dum idem spatium percurret exagitator, ille iterum prægredietur, nec is ab altero lustratum intervallum aggreddi poterit, quin antea superiore intervallo functus sit, *ita ut insectandi finis nunquam futura sit*, ex hypothesi temporis et spatii sine fine divisorum [2]. »

Explanatum satis videtur *Achillem*, ex opinione D[i]. Renouvier, motum minime negare. Nec minus expresse eamdem sententiam significat D[s]. Evellin, qui Zenonem contendit « motum non admittere, nisi ut moveri absurdum esse demonstret [3]. » Adeo etiam hic nobiscum de *Achille* convenit, ut motum re vera esse censeat, sed in spatio quodam non percepto nec continuo, propterea quod, « si eadem esset

1. Logique, p. 71 et 72.
2. Loc. cit.
3. *id.*

natura spatii in quo motus fit quæ est spatii idealis, Achilles occupandæ testudinis spem dimittere deberet[1]. »

Constitutum igitur manebit, — et ea in re nostrorum adversariorum sententiam cum nostra congruere jure contendimus, — *Dichotomiam* eo tendere, ut motum omnino non esse et rationi repugnare probet, *Achille* autem demonstrari Pelidem, motu admisso, testudini manum injicere sine rationis offensione non posse. Quod si ita est, iterum mirabimur qui fit ut bina hæc argumenta unum esse visa sint, quasi reipsa convenientia, specie tantum differrent.

Ceterum confiteri debemus hunc modum interpretandi *Achillis*, simulque *Dichotomiæ*, DD[rum]. Renouvier et Evellin proprium non esse. Plerique scriptores qui Zenonicis argumentis intenderunt, ea omnia unum esse sub diversis speciebus censerunt ; inter quos præcipue Stuart Mill[2]. Quod autem attinet ad absolutam *Achillis* cum *Dichotomia* æqualitatem, jure dici potest nullum inter eosdem esse dissidium ; imprimisque Aristoteles sic perlucide sententiam suam de re expromit : « Hæc ratio » —

1. *Infini et quantité*, p. 71.
2. *Hamiltonicæ Philosophiæ Recognitio*. Trad. Cazelles, p. 521.

scilicet *Achilles* — « eadem est atque ea quæ in duas partes secat ; differt tamen quatenus assumptam magnitudinem non bifariam divi-dit... ob idem efficitur atque in duas partes divisio ; in utrisque enim evenit ut non perveniatur ad finem, divisa aliquo modo magnitudine... necesse est quoque solutionem eamdem esse[1].» Eadem est interpretatio commentatorum priscorum omnium : Ds. Zeller, cujus tanta est in hujus modi rebus auctoritas, huic et ipse sine controversia assentit[2].

Nos sane peraudaces, nec forsan immerito, multi judicabunt, qui tot et tantis auctoribus contradicere audeamus. Quomodo autem convenire liceat pugnantia loquentibus, præsertim quum eorum princeps et præstantissimus, quem ceteri omnes secuti esse videntur, Aristoteles scilicet, suam de re opinionem antehac propositam ultro his verbis retraxerit : « Qui Zenonem probant, eo ad causam utuntur quod dimidia puncta numero infinita sint : infinita autem impossibile est pertransire. In primis itaque sermonibus qui de motu sunt, eo solvebamus quod tempus habet in se infinita. Nihil enim absurdi est, si tempore infinito, » — sci-

1. *Physic.*, lib. VI, cap. XIV.
2. *Græcorum Philosophia.* Trad. Boutroux. Tom. II, p. 78.

licet partium numero — « infinitas numero spatii partes quispiam transeat. Verum hæc solutio adversus interrogantem quidem satisfacit : interrogabatur enim an tempore finito, » — sed in infinitum diviso — « possint infinita pertransiri vel numerari. Quod autem ad rem et ad veritatem attinet, non satisfacit. Nam si quis, omissa longitudine, et interrogatione illa an finito tempore possint infinita pertransiri, percontetur hæc de ipso tempore, [habet enim tempus infinitas divisiones], hæc solutio non amplius satisfaciet [1]. » Ds. Renouvier qui locum hunc in libro suo et ipse retulit, sane non animadvertit Aristotelem in eo priorem sententiam suam de *Achille* tacite confirmare ; quam vero de *Dichotomia* antea proposuerat opinionem, expresse adimere. Tempore certo finitoque testudini certum spatium percurrere licebit : Achilles interea par spatium lustrare possit, prætereaque intervallum quo a testudine primum distabat, hoc nemo, auctore Aristotele, concedere jure negabit, si modo concesserit, ut quidem ab omnibus conceditur, tum motum dari, quovis modo ceterum detur, tum vero tempus perinde ac spatium, in infinitum dividi posse. Si quis autem constitui velit quomodo

1. Physic. lib. VIII, cap. XII.

certum quodlibet spatium superari, aut certum quodlibet tempus peragi copia sit, alia causa est, nec rei iniquitas a Zenone ostensa ullo modo posse levari, auctore eodem Aristotele, videtur.

Ea ipsa est, nostra saltem sententia, vera quæstionis solutio. Motum dari concesso, non amplius licet contendere spatium quodlibet, eo quod in infinitum dividatur, tempore certo, — scilicet continuo, — superari non posse : quapropter falsus est *Achilles*. Recte autem affirmatur Aristoteli congruenter, motum re vera et absolute fieri omnino non posse, sed specie tantum, propter infinitas spatii divisiones [1]; ita ut proba sit *Dichotomia*.

Aristoteles ergo, quam inter duo hæc argumenta ipse statuerat affinitatem, ultro dissolvit ; — patet enim nullam inveniri inter duas res affinitatem, quum proba hæc, illa autem improba declaretur : — nec non simul plane et ad summum quæstionem expedit, ut ejus judicio causa finita esse videatur. Haudquaquam igitur merito nonnulli *Achillem* tueri voluerunt justissimis et aptissimis rationibus quæ ad solam *Dichotomiam* conveniebant. Quæstio hæc ab

1. Ὁ γὰρ συνεχῶς κινούμενος κατὰ συμβεβηκὸς ἄπειρα διελήλυθεν, ἁπλῶς δ'οὔ. (Aristot., ibid.)

illa, quamvis eas confundere multi tentaverint, radicitus differt. *Dichotomia* in jus suum restituta, et non ita digno contubernio exempta, Aristotelis assensu valet, et, quod melius est, iis firmissimis rationibus nititur quibus ipsam, alieno nomine, idem Aristoteles, posteaque DDi. Renouvier et Evellin defenderunt; dum contra miserrimus *Achilles* telo nimis penetrabilis, nobilissimorum athletarum, Aristotelis scilicet, et Leibnitii et Stuart Mill concursui occumbit.

V

Conclusio.

Dichotomiam penitus non pertractabimus, tum quia alibi quæstionem in ea agitatam exploravimus, tum vero quia ipso ordine controversiæ jam peractæ deducti sumus ad producenda argumenta quibus quid ea valeat satis declaratum sit.

Concludemus ergo Zenonis sententiam veri quidquam continere, recteque ab eo esse demonstratum in *Dichotomia* motum re ipsa, et, ut aiunt, objective, fieri non posse. Quænam igitur, si res ita se habet, obversatur causa cur *Sagitta* atque *Achilles* falsa sint? Quoniam propositum in iis probandum longe aliud est quam in *Dichotomia*. Etenim, postquam in Dichotomia probatum erat, ut diximus, motum re vera non esse, intacta manebat quæstio an in repræsentatione jure fieri possit motus, et eo tantum nomine legitimus sit, necne. In *Sagitta* autem et in *Achille* repræsentationem ipsam aggreditur Zeno, quum, omisso quid rationi repugnet

motum re vera et extra sensus esse, quidquam in ipso motu quatenus repræsentato vitiosi inesse probare tendat, quod falsum est : hoc quippe tantum vitiosum est, repræsentatum scilicet pro non repræsentato, sed pro objective solido tractare. Quapropter cadit ratio Zenonis.

Achillem enim perspiciamus. Quid iste significat, aut quid demonstrare tendit? Ea, ut diximus, *Achillis* sententia est, motum si admittas objective fieri posse, non esse eum qui debeat, quum talis præberi debeat ut Achilles testudinem nunquam consequatur, contingi autem hanc ab illo quamprimum videamus. Hoc autem nec probatum est, nec probari potuit. Etenim si motum fieri posse admiseris, — nec motum ullo modo fieri posse nisi in repræsentatione facile concedemus, — is commode invenietur qui esse debeat, minime vero alius.

Nunc ad *Sagittam* convertamus. Hoc argumentum significat, tempore et spatio, scilicet omnibus causis quæ ad efficiendum in repræsentatione motum pertineant datis, motum tamen fieri non posse. Ex quo perspicuum est *Sagittam Dichotomiæ* eo esse simillimam quod, perinde ac illa, motum omnino non fieri declaret, ab eadem vero hoc capite differre, quod *Dichotomia* tempus, spatium, quidquid ex repræ-

sentatione sit, re vera et objective existere jure neget, quum contra *Sagitta*, tempore et spatio, et quibuscumque ad motum pertineant pro veris et solidis, vel hypothetice, acceptis, motum nihilominus negare tentet, ita ut illa, perinde ac *Achilles*, repræsentatum quatenus repræsentatum incusare videatur.

Sagitta ergo et *Achilles* re vera et per se existere tempus spatiumque assumunt. Zenoni vero ea per se existere admittenti ex propria hypothesi, eadem obversatur necessitas quæ hanc opinionem vere probantibus occurrit, scilicet tempus spatiumque elementis componendi ; eaque ipsa causa est cur non adepti simus D[i]. Renouvier sententiam contendentis tempus in *Achille* continuum sumi. Tempus spatiumque in repræsentatione continua sint, ultro concedemus ; per se autem existentia, et, ut aiunt, absoluta, — quoque modo illa absoluta fingas, hypothesis gratia, aut reapse, — elementis componi necesse est, quum divisibilia sint. Tempus autem et spatium elementis componere jure Zeno non poterat, propterea quod in componendis iis quidquam rationi repugnantis introducere cogebatur, ut *Dichotomia* demonstrabat ; nec inde Eleatico licebat tempore et spatio ut per se constantibus argu-

mentum fulcire, et ideo ruit fundamentum quo stabant *Sagitta* et *Achilles*.

Ex hac disputatione concludemus quæstionem apte tractari et ad summum persolvi non potuisse, quin antea esse et videri, quid *objectivum* sit, quid autem *subjectivum* acerrime discernere valuerint philosophi, unde deduci poterat, ut verum est, tempus et spatium quanquam in repræsentatione legitime data, non tamen sine rationis offensione constantia per se haberi.

Zeno rem ita non susceperit, minime reprehendendus videtur ; crudior quippe erat ipsius temporibus quæstio quam ut hocce modo solveretur. Nec continuo, quanquam hominem plus æquo deprimere minime cupimus, assentiemur laudibus quas ut subtilis disputator a tam multis philosophis tulit. Re quidem vera, ex quatuor ejus argumentis unum est absurdum, et omni disquisitione vel indignum ; duo alia plane falsa sunt ; quartum autem quod restat verum est quidem, sed longe alio tendit, et longe aliam vim habet quam arbitrabatur auctor. Existimavit enim Zeno, hoc satis perspicuum est, *Dichotomia* constitutum fuisse tempus in quo ipse viveret, spatium motumque quæ propriis oculis cerneret, quidquam in se continere quod rationi offenderet, dum contra

ea sensuum tantummodo perceptione dari, nec extra sensus esse, Kantianum scilicet propositum, re vera demonstraverat.

FINIS.

Vidi ac perlegi,
Lutetiæ Parisiorum, in Sorbona,
a. d. VIII Idus Nov. ann. MDCCCLXXXIII,

Facultatis Litterarum
In Academia Parisiensi Decanus,
A. HIMLY.

Typis mandetur :

Academiæ Parisiensis Rector,
GRÉARD.

INDEX

Nantes — Imp. Vincent Forest et Émile Grimaud, place du Commerce, 4.